**Моделирование гравитации**

Для расчета силы гравитации на различных высотах над поверхностью планеты используем закон всемирного тяготения:

Fг (h) =

где:

Fг - сила гравитации,

G - гравитационная постоянная (6.674 × 10-11 Н ∙ м2 ∙ кг-2 ),

M - масса планеты,

m - масса ракеты,

r - расстояние от центра планеты (на высоте һ это будет r = R + һ, где R - радиус планеты, һ - высота.

**Зависимость силы гравитации от высоты**

При увеличении высоты сила гравитации будет уменьшаться. На высоте һ сила гравитации рассчитывается по формуле:

Fг (h) =

где:

R - радиус планеты,

h высота над поверхностью.

**Моделирование аэродинамического сопротивления**

Сила сопротивления воздуха рассчитывается по формуле:

Fсопр = ∙ Cа ∙p(h) ∙ v2 ∙ A

где:

Са - коэффициент аэродинамического сопротивления (зависит от формы ракеты),

р - плотность атмосферы на высоте h,

υ - скорость ракеты относительно воздуха,

А - площадь поперечного сечения ракеты.

Изменение плотности атмосферы с высотой:

Плотность атмосферы с высотой изменяется по экспоненциальному закону:

p(h) = p0 ∙

где:

p0 - плотность воздуха на уровне моря,

H - масштабная высота атмосферы (около 8000 м для Земли).

Таким образом, сила сопротивления будет зависеть от высоты, так как плотность воздуха уменьшается с ростом высоты.

**Моделирование тяги и изменения массы ракеты**

Для расчета изменения массы ракеты в зависимости от времени работы двигателя используем уравнение Циолковского:

Δυ = Isp ∙ g0 ∙ ln ()

где:

Δυ - изменение скорости ракеты (импульс),

Isp - удельный импульс (характеризует эффективность двигателя),

g0 - ускорение свободного падения на поверхности Земли (9.81 м/с²),

m0 - начальная масса ракеты,

m(t) масса ракеты в момент времени t.

При этом, масса ракеты m(t) зависит от времени работы двигателя, так как расходуется топливо. Обычно предполагается, что ракета теряет топливо с постоянной скоростью т, то есть:

m(t) = m0 – mр ∙ t

где:

mр - массовый расход топлива.

Тяга ракеты:

Fт(t) = Fmax​ ⋅ (1 - ​)

где:

Fmax - максимальная тяга,

t burn – время работы двигателя.

В конце работы двигателя, когда топливо заканчивается, тяга падает до нуля.

Формула Циолковского :

– конечная скорость ракеты,

– начальная масса ракеты,

– конечная масса ракеты,

– скорость истечение продуктов сгорания из сопла двигателя.

Интегрируем формулу по времени:

– скорость изменения массы.

Предположим, что

– масса топлива ступени,

– время её работы.

Тогда мы получим дифференциальное уравнение, решая которое можно выяснить, какой формулой выражается зависимость массы ракеты от времени:

– масса ракеты с учётом оставшегося топлива и ступеней,

– скорость сжигания топлива.

Также для фиксирования моментов отсоединения частей с топливом и двигателями нам нужно знать время, за которое в них сжигается топливо. Выразим его через массовый расход топлива:

– номер отбрасываемых частей.

Подставляя данные из таблицы, находим время отсоединения каждой ступени Теперь, подставив значение массы всей ракеты и отдельных её частей, получим формулу зависимости массы от времени до достижения орбиты (то есть до 499-ой секунды).

Применим выведенные формулы для получения кусочной функции зависимости массы от времени:

**ВАЖНО:**

Поскольку информация о компонентах ракеты была взята из игровой модели KSP, возможна погрешность в вычислениях массы ракеты на отдельных участках времени.

Второй закон Ньютона для ракеты, движущейся в поле гравитации и под действием аэродинамического сопротивления, выглядит следующим образом:

1). Fрез = m ∙ a

2). Fрез = Fт - Fг - Fсопр

* Fт - Fг - Fсопр = m(t) ∙ a(t)

где:

Fрез - результирующая всех сил,

Fт - тяга ракеты,

Fг - сила гравитации,

Fсопр - сила аэродинамического сопротивления,

m(t) масса ракеты в момент времени t,

a(t) - ускорение ракеты в момент времени t.

Учитывая, что сила гравитации и сила сопротивления зависят от высоты һ, а масса и ускорение ракеты изменяются со временем, уравнение движения ракеты можно записать как:

m(t) ∙ a(t) = Fт - - ∙ Cа ∙ p(h) ∙ v2 ∙ A

Сила Fт Направлена вертикально вверх, однако ракета движется под углом α, меняющимся от 0˚ до 90˚

Следовательно принимает значение, равное в зависимости от угла α.

Финальная формула выглядит так:

m(t) ∙ a(t) = - - ∙ Cа ∙ p(h) ∙ v2 ∙ A

Таким образом, можно моделировать движение ракеты, учитывая изменения гравитации,

сопротивления воздуха, массы ракеты и тяги по времени.

Чтобы расчитать высоту, на которую поднялась ракета H в конкретный момент врмени t.

1. Ускорение является производной от скорости по времени:

Значит, чтобы найти скорость, нужно взять первообразную от ускорения:

Где v0 – начальная скорость(скорость в момент времени t = 0)

1. Скорость является производной от расстояния по времени:

Гле s0 – начальная позиция (расстояние в момент времени t = 0)

Поскольку движение ракеты происходит вертикально вверх, искомое расстояние и будет высотой H, на которую поднимется ракета.

H(t) = s(t)